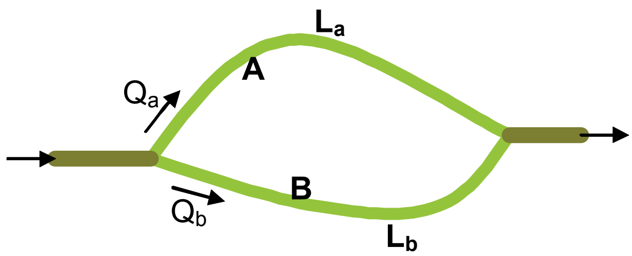
PROBLEMA 1.- Cierta parte de unas tuberías de hierro fundido de un sistema de distribución de agua involucra dos tuberías en paralelo. Ambas tuberías paralelas tienen un diámetro de 30 cm y el flujo es totalmente turbulento. Una de las ramas (tubería A) mide 1000 m de largo, mientras que la otra rama (tubería B) mide 3000m de largo. Si la razón de flujo a través de la tubería A es 0.4 m^3 /s, determine la razón de flujo a través de la tubería B. No considere pérdidas menores y suponga que la temperatura del agua es de 15ºC.

Datos : $L_a := 1000 \cdot m$

$Q := 0.4 \cdot \frac{m^3}{s}$ $L_b := 3000 \cdot m$

$D := 30 \cdot cm$



La densidad y viscocidad del agua a $15\,°C$ es :

$\rho := 999.1 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\mu := 1.139 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{N \cdot s}{m^2}$

$e := 0.26 \cdot mm$ para tubería de hierro funcico

Estrategia:
Como el sistema esta en paralelo, la caida de presión en ambas ramas es la misma, utilizaremos este hecho parra resolver el problema:
1 Primero calculamnos la caida de presión en base a datos disponibles del ramal A
2 Luego con esta caida de presión calculamos el caudal en el ramal B.

Procedimiento:
Comenzamos analizando la rama A, del sistema de tubos.

A partir de la ecuación generalizada de Bernoulli, se tiene:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + hp$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + hp \Rightarrow \quad p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot hp$$

de donde:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot hp \qquad (1)$$

donde las perdidas hp = hf + ha, pérdidades de carga por fricción + pérdidas en accesorios. Sin embargo en este problema sólo tomaremos en cuenta las pérdidas por fricción.

Las pérdidas de carga por fricción se calculan a partir de la ecuación de Darcy:

$$hp = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{mca}$$

Para ello calculamos primero el número de Re:

$V_a := \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$ $V_a = 5.659 \frac{m}{s}$

$Re := \frac{\rho \cdot V_a \cdot D}{\mu}$ $Re = 1.489 \times 10^6$

como Re>2100, el flujo es turbulento.

La rugosidad relativa $\xi := \frac{e}{D}$ $\xi = 8.667 \times 10^{-4}$

Estos dos últimos valores, Re y ξ, nos sugieren que el flujo esta en la zona de flujo totalmente turbulento (ver diagrama de Moody), y aunque el valor del coeficiente de frcción se puede obtener de este diagrama, nosotros optaremos por calcular a partir de la ecuación de Colebrook, simplificada pra flujo totalmente turbulento.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0\log\left(\frac{e/D}{3.7}\right)$$ ecuación de von Karman

$$f := \left(\frac{-1}{2\cdot\log\left(\frac{\xi}{3.7}\right)}\right) \qquad f = 0.138$$

entonces :

$$hp := f\cdot\left(\frac{L_a}{D}\right)\cdot\frac{(V_a)^2}{2\cdot g} \qquad hp = 749.557\,m$$

Ahora contamos con todos los adatos para calcular la caida de presión en la rama A:

$$\Delta p := \rho\cdot g\cdot hp \qquad \Delta p = 7.344\times 10^6\,Pa$$

como el sistema esta en paralelo, a partir de esrta caida de presión se puede calcular el caudal en la rama B:

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = f\,\frac{L_b}{D_b}\frac{V_b^{\,2}}{2g}$$

$$V_b = \sqrt{\frac{2}{f}\frac{\Delta p}{\rho}\frac{D_b}{L_b}}$$

Esta última ecuación es implicita en Vb, ya que f depende de la velocidad Vb, por tanto resolveremos por un procedimiento iterativo de prueba y error (implementado en MATCAD).

$$V_b := \left|\begin{array}{l} x \leftarrow 10\cdot\frac{m}{s} \\ \text{while } \left|\frac{x-y}{x}\right| > 0.1 \\ \quad \left|\begin{array}{l} y \leftarrow x \\ f \leftarrow \left(\frac{-1}{2\cdot\log\left(\frac{\xi}{3.7}\right)}\right) \end{array}\right. \\ x \leftarrow \sqrt{\frac{2\cdot\Delta p\cdot D}{f\cdot\rho\cdot L_b}} \end{array}\right.$$

$$V_b = 3.267\,\frac{m}{s}$$

para simplificar la solución de la ecuación anterior, se supuso flujo completamente turbulento, para verificar esto debemos calculra el número de Re.

$$Re := \frac{\rho\cdot V_b\cdot D}{\mu} \qquad Re = 8.598\times 10^5$$

lo cual verifica nuestra hipotesis de flujo completamente turbulento (ver diagrama de Moody).

Calculemos ahora el caudal por el ramal B.

$$Q_b := V_b\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4} \qquad Q_b = 0.231\,\frac{m^3}{s}$$