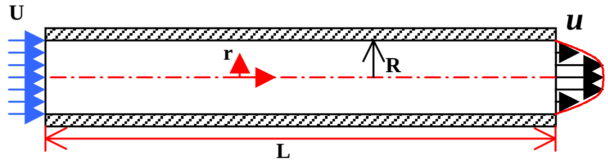
Problema 2 *(R.W. Fox)* Agua fluye estacionariamente a través de un tubo de longitud L y radio R = 3pulg Calcule la velocidad uniforme de entrada, U, si la distribución de velocidad a través de la salida está dada por

$$u = u_{max}\left[1 - \frac{r^2}{R^2}\right] \quad y \quad u_{max} = 10\, pie/s$$



Solución:

Aplicamos la ecuación de continuidad al volumen de control mostrado en la figura:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{V.C.} \rho dv + \oint\!\!\oint_{s.c} \rho \mathbf{v}\cdot d\mathbf{A} = 0} \quad (1)$$

Hipótesis:

i) *Flujo permanente (estacionario)*
ii) *Flujo incomprensible (ρ=constantes)*
iii) *Flujo uniforme en cada sección de flujo entrante de la superficie de control*

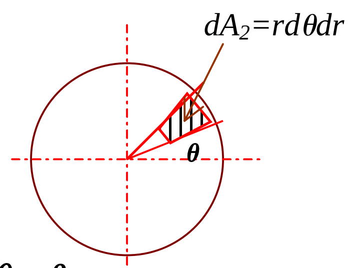
En estas condiciones las ecuación (1) toma la siguiente forma:

$$\oint\!\!\oint_{s.c} \mathbf{v}\cdot d\mathbf{A} = 0$$

Integrando en las secciones de flujo, se tiene:

$$\int_{A_1} \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{dA}_1 + \int_{A_2} \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{dA}_2 = 0$$

$$-\int_{A_1} U dA_1 + \int_{A_2} u dA_2 = 0$$



como U es uniforme y u=f(r); y $dA_2=rd\theta dr$, se tiene:

$$-UA_1 + \int_0^{2\pi}\int_0^{R} u_{max}\left[1 - \frac{r^2}{R^2}\right] r dr d\theta = 0$$

Integrando y remplazando límites, tenemos que:

$$-U\pi R^2 + 2\pi u_{max}\left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2}\right]_0^R = 0$$

$$-U\pi R^2 + \pi u_{max} R^2/2 = 0$$

finalmente:

$$\boxed{U = \frac{u_{max}}{2} \quad \Rightarrow \quad U = 10/2 = 5\, pie/s}$$

¿Que conclusión puede sacar de este resultado?