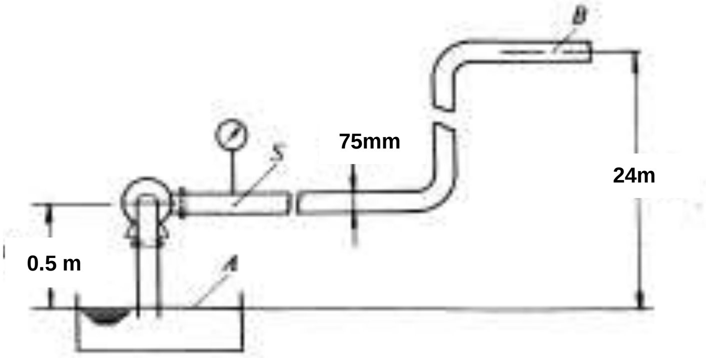

Problema. (Mataix Claudio) La figura representa una instalación de bomba centrifuga, que tiene en la impulsión dos codos de 90 de un radio de 37.5 mm. El manómetro situado a la salida de la bomba indica una presión de 5.5 bar. La pérdidas en la tubería de aspiración, que es muy corta, pueden despreciarse. La tubería de impulsión tiene además 500 m de tramos rectos de hierro galvanizado. El rendimiento total de la bomba es 0.75. La bomba, girando a 1490 rpm, impulsa un caudal de agua a 20ºC de 300 l/min. Calcular:

a) La potencia comunicada por la bomba a la corriente;
b) La potencia de accionamiento;
c) El par de accionamiento;
d) La presión en el punto B situado a una cota de 24 m después de los tramos rectos y de los codos indicados.

Resumen de datos:
Velocidad de flujo Volumétrico de agua Q=300 l/min = 0.005 m^3/s
Densidad del agua a 20ºC ρ = 998.2 kg/m^3
Viscosidad del agua 20ºC μ = 1.005×10^{-3} kg/m-s
Diámetro interno de la tubería: D=75 mm
Rugosidad de la superficie interna de la tubería de hierro galvanizado e=0.15mm
Longitud total de la tubería de impulsión 500m
Coeficiente de resistencia para codo de 90 con radio de 37.5mm (r/D=0.5) k=0.25
Velocidad de rotación del eje de la bomba ω=1490 rpm ≅ ´156 1/s
Rendimiento total de la bomba 0.75 (75%)
Presión manométrica a la salida de la bomba p_S=5.5 bar = 5.5×10^5 Pa

Hipótesis

i) *Flujo permanente e incompresible*
ii) *Flujo adiabático.*

Ecuaciones principales
Ecuación generalizada de Bernoulli,
Ecuación de Darcy, Ecuación de Colebrook (diagrama de Moody)

Resolución

a) Aplicando la ecuación generalizada de Bernoulli entre la superficie del agua en el tanque, A, y la sección s del tubo, tendremos.

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_B = \frac{p_S}{\rho g} + \frac{V_S^2}{2g} + z_S + h_p \qquad (1)$$

La presión manométrica, p_A= 0 (presión atmosférica), la velocidad en la superficie del tanque, V_A es despreciable (tanque de grandes dimensiones); las pérdidas de carga en la tubería de aspiración son despreciable, entonces.

$$h_B = \frac{p_S}{\rho g} + \frac{V_S^2}{2g} + (z_S - z_A) \qquad (2)$$

La velocidad media en el tubo es constante y se puede calcular a partir del caudal, entonces

$$Q = VA = V\frac{\pi}{4}D^2 \rightarrow V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0.005}{\pi 0.075^2} = 1.132 m/s$$

Reemplazado valores en (2), calculamos la altura de carga suministrada por la bomba a la corriente de agua

$$h_B = \frac{5.5\text{x}105}{998.2\text{ g}} + \frac{1.132^2}{2g} + 0.5 = 56.79\ mca$$

Por tanto la potencia comunicada a la corriente será

$$\frac{dw}{dt} = \rho g Q h_B = 998.2 \cdot 9.8 \cdot 0.005 \cdot 56.79 = 2777.7w$$

$$\frac{dw}{dt} = 2.778\ kw$$

b) La potencia de accionamiento.

$$P_a = \frac{2.778}{0.75} = 3.704\ kw$$

c) El par de accionamiento.

$$\tau = \frac{P_a}{\omega} = \frac{3704}{156} = 23.74\ N \cdot m$$

d) Aplicando ahora la ecuación generalizada de Bernoulli entre las secciones S y B de la tubería, tenemos.

$$\frac{p_s}{\rho g} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_{p(S-B)} \qquad (3)$$

Como el flujo es permanente y el diámetro del tubo es el mismo en ambas secciones de flujo, la velocidad media en el tubo es la misma V_S=V_B, entonces,

$$\frac{p_B}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g} + z_s - z_B - h_{p(S-B)} \qquad (3a)$$

La pérdida de carga por h_p es igual a la suma de la pérdida por fricción h_f y en accesorios h_a,

$$h_p = h_f + h_a \quad (4)$$

Donde, la pérdida de carga por fricción está dada por la ecuación de Darcy,

$$h_f = f \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \quad (5)$$

El factor de fricción, f, es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

El número de Reynolds se calcula a partir de:

$$R = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{998.2 \cdot 1.132 \cdot 0.075}{1.005x10^{-3}} = 8.4x10^4$$

Rugosidad relativa

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{0.15}{75} = 0.002$$

Con R y e/D, se obtiene el valor del coeficiente de fricción del diagrama de Moody.

$$f \cong 0.0265$$

Con este dato calculamos la perdida de carga por fricción:

$$h_f = 0.0261 \frac{500}{0.0750}\frac{1.132^2}{2g} = 11.4\ mca$$

Las pérdidas de carga en los dos codos, para un tubo diámetro constante se puede calcular a partir de la ecuación, $h_a = \frac{V^2}{2g}\sum k$,

$$h_a = \frac{1.132^2}{2g} 2 \cdot 0.5 = 0.07\ mca$$

La perdida de carga total hp es

$$h_p = h_f + h_a = 11.4 + 0.07 = 11.47\ mca$$

Despejando P_B de la ecuación 3a, y reemplazando valores tenemos:

$$p_B = p_s + \rho g\left[(z_s - z_B) - h_{p_{(S-B)}}\right] \quad (6)$$

$$p_B = 5.5x10^5 + 998.2g[-23.5 - 11.47] = 207910.8Pa$$

$$p_B \cong 2.079\ bar$$

DIAGRAMA DE MOODY

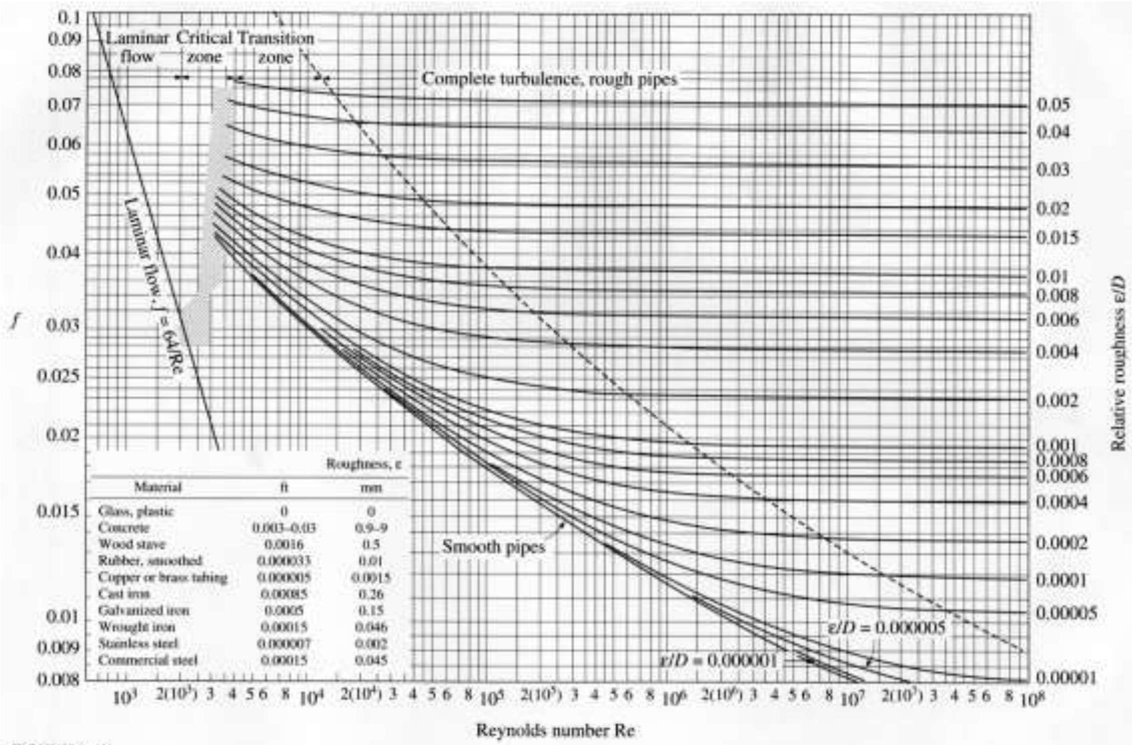

FIGURE A-27
The Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.