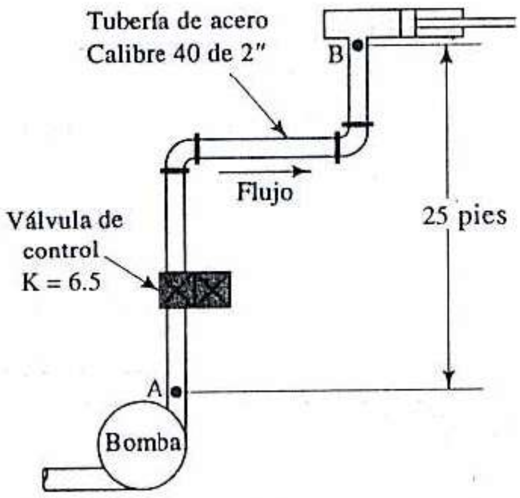
Problema (Mott Robert) La figura muestra una porción de circuito hidráulico. La presión en el punto B debe ser de 200 psig cuando el flujo volumétrico es de 60 gal/min. El fluido hidráulico tiene una gravedad especifica de 0.90 y una viscosidad dinámica de $6.0\text{x}10^{-5}$ lb-s/pie^2. La longitud total de la tubería entre A y B es de 50 pies. Los codos son estándar. Calcule la presión en la salida de la bomba en A.



Resumen de datos

$\mu=6.0\text{x}10^{-5}$ lb-s/pie^2

$\rho=DR_{fhidráulico}\text{x}\rho_{agua}=0.90\text{x}62.43=56.19$ lb/pie^3

$$Q = 60\ \text{gal/min}\frac{1\ \text{pie}^3/\text{s}}{449\text{gal}/\text{min}} = 0.134\ \text{pie}^3/s$$

p_B=200 psig (presión manométrica)

L = 50 pies (longitud de la tubería entre las secciones A y B)

D=0.1723 pies (tubería de acero calibre 40 de 2", por tablas)

e = $1.5\text{x}10^{-4}$ pie (acero comercial dato empírico obtenido de tabla)

L_e/D = 30 (longitud equivalente para codo estándar de 90º, según tabla)

Hipótesis

i) *Flujo permanente e incompresible*

Principios y/o Ecuaciones principales:

La ecuación generalizada de Bernoulli (consecuencia de la primera ley de la termodinámica) y la ecuación de Darcy para el cálculo de pérdidas de carga, nos permitirán resolver este problema.

Resolución

Comenzamos, entonces planteamos la EGB entre los puntos A y B, del sistema hidráulico en serie mostrado en la figura:

$$\frac{p_A}{\rho g}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A=\frac{p_B}{\rho g}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B+h_p \qquad (1)$$

Como el flujo es permanente e incompresible y además el diámetro del tubo es cte., se tiene

$$V_A = V_B$$

Entonces de la ecuación (1), resulta

$$p_A = p_B+\rho g(Z_B-Z_A)+\rho g h_p \qquad (2)$$

La pérdida de carga h_p, es la suma de las pérdidas por fricción y pérdidas en accesorios:

$$h_p = h_f + h_a \qquad (3)$$

Las pérdidas por fricción se calculan con la ecuación de Darcy,

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (4)$$

Donde f es el coeficiente de fricción de Darcy y es función de número de Reynolds $R = \frac{\rho V D}{\mu}$ y la rugosidad relativa $\varepsilon = \frac{e}{D}$ del tubo.

La perdida de carga en accesorios h_a, es igual a la sumatoria de la perdida en cada accesorio.

$$h_a = \sum k_i \frac{V_i^2}{2g} = \sum \left(f \frac{L_e}{D}\right)_i \frac{V_i^2}{2g}$$

Pero como en este caso el diámetro del tubo es cte., la velocidad media de flujo y el factor de fricción también resultan ser constantes, entonces la anterior ecuación resulta,

$$h_a = \frac{V^2}{2g} \sum k_i = \frac{V^2}{2g} f \sum \left(\frac{L_e}{D}\right)_i \qquad (5)$$

Reemplazando (4) y (5) en la ecuación (3),

$$h_p = f \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g} f \sum \left(\frac{L_e}{D}\right)_i = f\left(\frac{L}{D} + \sum \left(\frac{L_e}{D}\right)_i\right)\frac{V^2}{2g} \qquad (6)$$

Cálculos

Comenzamos calculando la velocidad media de flujo en el tubo:

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4x0.134}{\pi 0.1723^2} = 5.747 pie/s$$

Número de Reynolds:

$$R = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{56.19\ \mathrm{x} 5.747 \mathrm{x} 0.1723}{32.2\ \mathrm{x}\ 6.0 \mathrm{x} 10^{-5}} = 2.9x10^4$$

Rugosidad relativa

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{1.5 \mathrm{x} 10^{-4}}{0.1723} = 8.7x10^{-4}$$

Con estos dos valores (R y ε), se puede estimar el factor de fricción usando el diagrama de Moody o alguna ecuación empírica (Colebrook por ejemplo)

f ≅ 0.026

$$\sum \left(\frac{L_e}{D}\right)_i = 2\left(\frac{L_e}{D}\right)_{codo} + \left(\frac{k}{f}\right)_{valvula} = 2x30 + \left(\frac{6.5}{0.026}\right) = 310$$

Entonces de la ecuación (6)

$$h_p = f\left(\frac{L}{D} + \sum \left(\frac{L_e}{D}\right)_i\right)\frac{V^2}{2g} = 0.026\left(\frac{50}{0.1723} + 310\right)\frac{5.747^2}{2x32.2} = 8.0\ pie$$

Finalmente, reemplazando estos valores en la ecuación (2), tenemos,

$$p_A = p_B + \rho g(Z_B - Z_A) + \rho g h_p = 200 + 56.19\ \mathrm{x}\ (25 + 8.0)\left(\frac{1}{144}\right)$$

$$p_A = 212.87\ pisg$$

12^2=144 es el factor de conversión de pie^2 a $pulg^2$