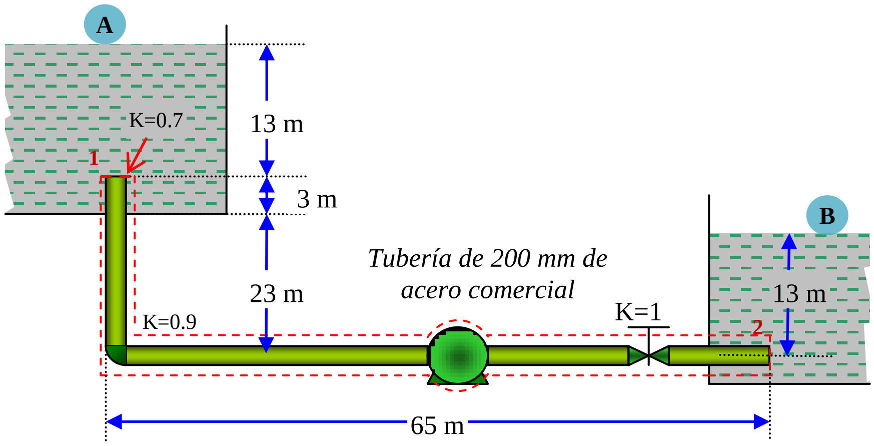
Problema. Si 565 l/s de flujo se mueven desde A hasta B, ¿cuál es la potencia necesaria para bombear el agua? Suponga que $\boldsymbol{\nu}$ = 0.1130 x 10^{-5} m^2/s**.**



Resumen de datos

Q=565 l/s; $\boldsymbol{\nu}$ = 0.1130 x 10^{-5} m^2/s; ρ = 1000 kg/m^3
e=0.046 mm (rugosidad para el acero comercial)
D = 200 mm (diámetro interno del tubo)
L = 91 m

Hipótesis:

i) Flujo permanente e incompresible

ii) Flujo adiabático

Resolución:

Escogemos un volumen de control que abarque la tubería y la bomba.

Utilizamos la *primera ley de la termodinámica* para el volumen de control escogido, para calcular la potencia necesaria para bombear el agua:

$$\frac{dW_{eje}}{dt} = \rho Q\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) + gh_p\right) \qquad (1)$$

Del grafico observamos que $Z_2 - Z_1$ = 26 m. Además como el diámetro del tubo es el mismo en ambos extremos del volumen de control, $V_1 \cong V_2$, entonces:

$$\frac{dW_{eje}}{dt} = \rho Q\left(\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(-26 + h_p)\right) \qquad (2)$$

La presión en los extremos y 2 del volumen de control puede calcularse planteando la ecuación de Bernoulli entre los puntos A-1; y 2-B, como se ve en la figura.

$$\frac{V_1^2 - V_A^2}{2} + \frac{p_1 - p_A}{\rho} + g(Z_1 - Z_A) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - 13g = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{V_B^2 - V_2^2}{2} + \frac{p_B - p_2}{\rho} + g(Z_B - Z_2) = 0 \; (4)$$

$$-\frac{V_2^2}{2} - \frac{p_2}{\rho} + 13g = 0 \quad (4a)$$

De (3a) y (4a)

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0$$

Reemplazando en (2)

$$\frac{dW_{eje}}{dt} = \rho g Q(h_p - 26)\ w$$

Calculamos ahora, la pérdida de carga hp.

Sabemos que, la caída de presión total por fricción y en accesorios total en la tubería-serie, es

$$h_p = \sum h_f + \sum h_a \quad (5)$$

Donde, la pérdida de carga por fricción está dada por la ecuación de Darcy,

$$h_f = \sum f_i \frac{L_i}{D_i}\frac{{V_i}^2}{2g} \quad (6)$$

Como todos los tramos de tubería son del mismo diámetro y material, la velocidad media de flujo es constante, y también el factor de fricción, la pérdida de carga por fricción está dada por:

$$h_f = f\frac{L_T}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (6a)$$

Donde L_T , es la longitud total de la tubería (30 m).

La velocidad es,

$$Q = VA = V\tfrac{\pi}{4}D^2$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0.565}{\pi 0.20^2} = 17.98\ m/s$$

El coeficiente de fricción se calcula a partir del número de Reynolds y del coeficiente de fricción

$$R = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\nu} = \frac{17.98 * 0.20}{0.1130 \text{ x } 10^{-5}} = 3.2x10^6$$

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{0.046}{200} = 0.00023$$

Con estos dos últimos datos, el factor de fricción obtenido del diagrama de Moody es $f \cong 0.015$.

$$h_f = f\frac{L_T}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.015\frac{91}{0.20}\frac{17.98^2}{19.6} = \ 112.6\ mca$$

Por otra parte, la pérdida de carga en accesorios, en términos del factor de resistencia, es:

$$h_a = \sum k_i \frac{{V_i}^2}{2g} \quad (7)$$

Como el diámetro de la tubería es constante, la velocidad y el factor de fricción no cambian en todo el circuito-serie, por tanto

$$h_a = \frac{{V_i}^2}{2g}\sum k_i = \frac{17.98^2}{19.6}(0.7 + 0.9 + 1) = 42.9\ mca$$

Por tanto la pérdida de carga total por fricción y en accesorios en la red será

$$h_p = 112.6 + 42.9 = 155.5\ mca$$

Y la potencia necesaria para bombear el agua,

$$\frac{dW_{eje}}{dt} = \rho g Q(h_p - 26) = 1000 * 9.8 * 0.565(155.5 - 26) \cong 717.0\ kW$$