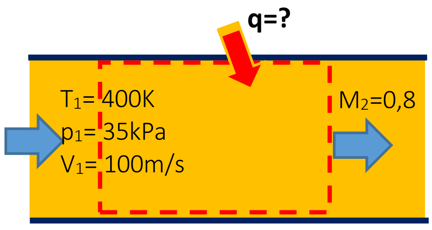
Problema.-Se acelera aire mientras se calienta en un ducto con fricción despreciable. Entra aire con V_1 = 100 m/s, T_1 = 400 K y p_1 = 35 kPa y sale a un número de Mach M_2 = 0.8. Determine el calor transferido al aire, en kJ/kg. Determine también la cantidad máxima de transferencia de calor sin reducir la razón de flujo de masa del aire.

RESOLUCION

R= 287 J/kg-K
c_p =1.005kJ/kgK
K = 1.4



ANALISIS

Se trata de un flujo de Rayleigh, en este caso la ecuación de enrgia se puede usar para calcular el calor transferido,

$$q = c_p(T_{02} - T_{01}) \qquad (1)$$

La temperatura de estancamiento, T_{01}, puede ser calculada a partir de los datos de la sección de flujo (1), en cambio no es posible hacer lo mismo para T_{02}, pues solo se cuenta con M_2, como dato. Por ello usaremos como artífico las condiciones críticas, M*=1, y T*, usando la ecuación.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\mathrm{Ma}_2(1 + k\mathrm{Ma}_1^2)}{\mathrm{Ma}_1(1 + k\mathrm{Ma}_2^2)}\right)^2$$

Para un punto genérico de Ma_1=M y la sección de flujo bloqueado, Ma_2=M*=1, la anterior ecuación se simplifica a,

$$\frac{T^*}{T} = \left(\frac{1 + kM^2}{M(1 + k)}\right)^2 \qquad (2)$$

Ecuación que aplicada sucesivamente a las secciones de flujo 1 y 2, permitirá resolver el problema.

CALCULOS:

Calculo del número de Mach M_1;

$$M_1 = \frac{V_1}{c_1} = \frac{V_1}{\sqrt{kRT_1}} = \frac{100}{\sqrt{1.4x287x400}} \approx 0{,}249$$

Temperatura de estancamiento, T_{01}

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \frac{k-1}{2}M_1^2 = 1 + \frac{1.4-1}{2}0{,}249^2 = 1{,}0124 \rightarrow T_{01} = 400 * 1{,}0124 \approx 405K$$

Ahora aplicamos la ecuación (2) a la sección 1, con M_1 y T_1 conocidos,

$$\frac{T^*}{T_1} = \left(\frac{1 + kM_1{}^2}{M_1(1 + k)}\right)^2 = \left(\frac{1 + 1.4x0{,}249^2}{0{,}249(1 + 1.4)}\right)^2 = 3{,}207 \rightarrow T^* = 400 * 3{,}307 = 1322K$$

Aplicando nuevamente la ecuación (2), pero ahora a la sección 1, calculamos T_2

$$\frac{T^*}{T_2} = \left(\frac{1 + kM_2{}^2}{M_2(1 + k)}\right)^2 = \left(\frac{1 + 1.4x0{,}8^2}{0{,}8(1 + 1.4)}\right)^2 = 0{,}9752 \rightarrow T_2 = \frac{1322}{0{,}9752} = 1355\ K$$

Finalmente;

$$\frac{T_{02}}{T_2} = 1 + \frac{k-1}{2}M_2^2 = 1 + \frac{1.4-1}{2}0{,}8^2 = 1{,}128 \rightarrow T_{02} = 1{,}128x1355 = 1528K$$

Reemplazando en (1)

$$q = c_p(T_{02} - T_{01}) = 1{,}005x(1528 - 405) = 1128kJ/kg$$

La máxima transferencia de calor ocurre cuando M_2=M*=1, y T_2=T*, entonces de la ecuación anterior

$$\frac{T_{02}}{T^*} = 1 + \frac{k-1}{2} = 1 + \frac{1.4-1}{2} = 1{,}2 \rightarrow T_{02} = 1{,}2x1322 = 1586K$$

Finalmente,

$$q_{max} = c_p(T_{02} - T_{01}) = 1{,}005x(1586 - 405) \approx 1186kJ/kg$$