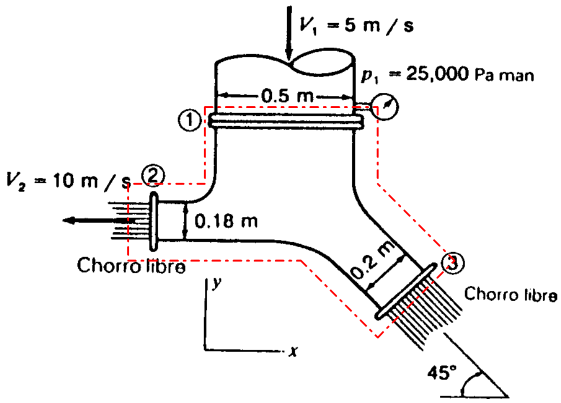
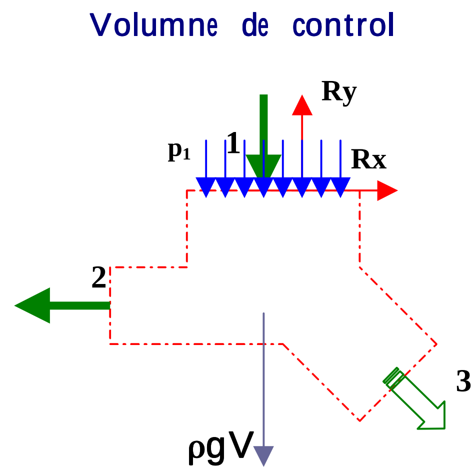
Problema (Shames) A través del codo de doble salida se mueve agua en forma permanente con V_1=5 m/s. El volumen interior del codo es 1 m^3. Encuentre las fuerzas vertical y horizontal que el aire y el agua ejercen sobre el codo. Suponga V_2 = 10 m/s.





Solución:

Ecuaciones fundamentales a utilizar:

$$\oiint_{S.C.} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \qquad \sum_{V.C.} Fm + \sum_{S.C.} Fs = \oiint_{S.C.} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$$

Hipótesis simplificadoras:

- Flujo permanente
- Flujo incompresible
- Flujo uniforme en las secciones de entrada y salida de la superficie de control.

Aplicando la ecuaciones anteriores al volumen de control, mostrado en la figura, y considerando la hipótesis, se tiene:

Ecuación de continuidad:

$$-V_1A_1 + V_2A_2 + V_3A_3 = 0$$

A partir de la ecuación anterior se calcula la velocidad V_3

$$\boxed{V_3 = \frac{V_1A_1 - V_2A_2}{A_3}}$$

$$A_1 = \tfrac{\pi}{4} D_1^2 = 0.19635 m^2$$
$$A_2 = \tfrac{\pi}{4} D_2^2 = 0.02545 m^2$$
$$A_3 = \tfrac{\pi}{4} D_3^2 = 0.03142 m^2$$

$$\boxed{V_3 = \frac{5 \cdot 0.19635 - 10 \cdot 0.02545}{0.03142}}$$

V_3 =23.15 m/s

Ecuación de cantidad de movimiento:

Componente X

$$R_X = \int_{A1} V_{1X}\rho V_1 \cdot dA_1 + \int_{A3} V_{2X}\rho V_2 \cdot dA_2 + \int_{A3} V_{3X}\rho V_3 \cdot dA_3$$

$$R_X = 0 - \rho V_2 V_2 A_2 + \rho \frac{V_3}{\sqrt{2}} V_3 A_3$$

$$\boxed{R_X = \rho(\frac{V_3^2}{\sqrt{2}} A_3 - V_2^2 A_2)}$$

$$R_X = 1000(\frac{23.15^2}{\sqrt{2}} 0.03142 - 10^2 \cdot 2545)$$

Rx = 9360 N

Componente Y

$$R_y - p_1 A_1 - \rho g \forall = \int_{A1} V_{1y}\rho V_1 \cdot dA_1 + \int_{A3} V_{2y}\rho V_2 \cdot dA_2 + \int_{A3} V_{3y}\rho V_3 \cdot dA_3$$

$$R_y - p_1 A_1 - \rho g \forall = -\rho(-V_1)V_1 A_1 + 0 + \rho(-\frac{V_3}{\sqrt{2}})V_3 A_3$$

$$\boxed{R_y = \rho(V_1^2 A_1 - \frac{V_3^2}{\sqrt{2}} A_3 + g\forall) + \mathrm{p}_1 A_1}$$

$$\boxed{R_y = 1000(5^2 \cdot 0.19635 - \frac{23.15^2}{\sqrt{2}} 0.03142 + 9.8 \cdot 1) + 25000 \cdot 0.19635}$$

Ry = 7711 N